

MAGNETİK REZONANS ELASTOGRAFİYE ELASTİSİTE PROBLEMİNDE İLERİYE GERİ ÇÖZÜM

Zeynep AKALIN, Murat EYÜBOĞLU
Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü
Orta Doğu Teknik Üniversitesi
06531 Ankara
E-mail : zakalin@eee.metu.edu.tr
meyub@rorqual.cc.metu.edu.tr

ABSTRACT

In this work, visualization of mechanical properties of soft tissues is introduced using nuclear magnetic resonance imaging (MRI) with mechanical compression. In addition to a spin-echo pulse sequence, motion-sensitizing gradients are used at the time the object is compressed. From the phase distribution obtained by MRI the displacement of each pixel due to the applied compression can be detected. Then, elasticity distribution can be reconstructed. Simulation results show that the elasticity distribution of soft tissues can be reconstructed from the phase images obtained by MRI so that the biomechanical properties of soft tissues can be examined.

1. GİRİŞ

Dokunma (palpation), yumuşak dokularda herhangi bir sertleşmeyi anlayabilmek için yüzyıllardır klinikte uygulanan çok temel bir muayene yöntemidir. Tiroid, meme ve prostatta dokunarak tespit edilen sert bir kütle, çoğunlukla o kütlenin tümör dokusu olduğuna işaret eder. Ameliyat öncesinde sert kütle, bilgisayarlı tomografi (BT), manyetik rezonans görüntüleme (MRG), ultrasonografi ile de görüntülenebilir. Bu görüntüleme tekniklerinin her biri dokuların X-ışını emilimi, fırlı yoğunluğu (spin density) dağılımı ve akustik yankılanma gibi spesifik özelliklerini karakterize eder, ancak hiçbir dokuların mekanik özelliklerini vermez [1].

Yumuşak dokuların elastisitesi oldukça geniş bir dağılım göstermektedir. Tablo 1’de görüleceği gibi tümör dokusunun elastik genliği, yani sertliği, yumuşak dokunun 10 katı kadardır.

Doku	Sertlik (N/m ²)
Yumuşak doku	1.4×10 ⁴
Prostat	2.8×10 ⁴
tümör	2.8×10 ⁵

Tablo 1 : Bazı dokuların sertlik katsayıları[2]

Dokuların elastik özelliklerini görüntülemek için önceleri ultrasona dayalı görüntüleme teknikleri kullanıldı son zamanlarda da MRG tabanlı görüntüleme teknikleri kullanılmaya başlandı

MRG’de standart bir fırlı-eko (spin-echo) darbe dizisine ek olarak hangi yöndeki yerdeğiştirmeler (displacement) görüntülenmek isteniyorsa o yönde kompresyonla birlikte harekete duyarlı gradyanlar uygulanır. Kompresyon, gradyanın uygulanması bittikten sonra cisim de serbest bırakılır. Böylece alınan görüntünün büyüklüğü değişmez, görüntüye yerdeğiştirmeyle doğru orantılı bir faz terimi katılmış olur. Kompresyon uygulanarak alınan görüntüyle, kompresyon uygulanmadan alınan görüntü birbirine oranlanınca yerdeğiştirmeyle orantılı tek bir faz terimi kalır. Böylece yerdeğiştirme görüntüsü elde edilmiş olur.

Bu yöntem ile görüntü oluşturma tekniğine manyetik rezonans elastografi (MRE) adıyla verilir [1,3].

Elde edilen yerdeğiştirme görüntülerinden elastisite dağılımını elde etmek için lineer pertürbasyon (linear perturbation) metoduyla geri problem çözülebilir [4,5,6].

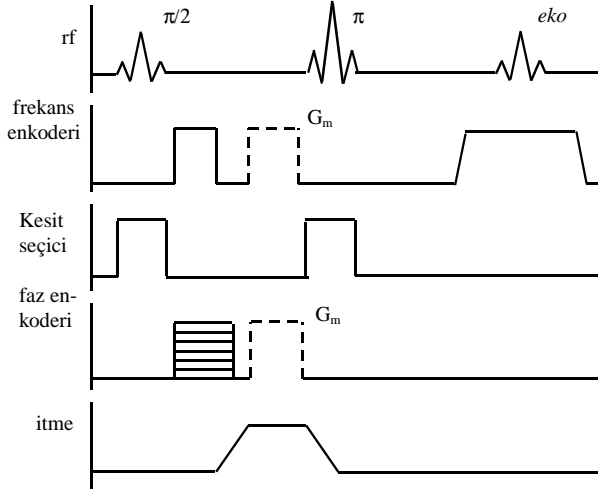
Bu makalede öncelikle manyetik rezonans elastografi anlatılacak, sonra da elastisitede ileri ve geri problem çözümleri anlatılacak.

2. MANYETİK REZONANS ELASTOGRAFİ

2.1 Harekete duyarlı MR Darbe Dizisi

Fırlı-eko darbe dizisine ilaveten hangi yöndeki yerdeğiştirme görüntülenmek isteniyorsa o yönde objenin kompresyonla birlikte harekete duyarlı gradyan (G_m) uygulanır. G_m ’in uygulanması bittikten sonra cisim de serbest bırakılır. Böylece alınan MR görüntüsünün büyüklüğü değişmez, ama uygulanan kompresyona ve G_m ’e bağlı bir faz terimi eklenir. Pekil 1’de manyetik rezonans elastografide kullanılan darbe dizisi görülmektedir.

Ayrıca x yönünde frekans enkoderi, y yönünde de faz enkoderi olan ve x yönündeki yerdeğiştirmeleri görüntüleyen MR formülasyonu verilmiştir. Bu durumda a ekil 1’de verilen MR darbe dizisinde G_m ’in sadece frekans enkoderi (x) yönünde uygulanması yeterlidir.



* ekil 1 : Harekete duyarlıyeden MR darbe dizisi

x-y düzleminde görüntü alan standart FID sinyali:

$$S(t, g_y) = \iint M^0(x, y) e^{-j(g_x t x + g_y t y)} dx dy \quad (1)$$

τ süresince G_m uygulandıyında

$$S_g(t, g_y) = \iint M^0(x, y) e^{-jg(g_x t x + G_m t + g_y t y)} dx dy \quad (2)$$

itmeyle beraber herbir nokta x yönünde Δx kadar kayar

$$S_{mg}(t, g_y) = \iint M^0(x, y) e^{-jg(g_x t x + G_m t(x + \Delta x) + g_y t y)} dx dy \quad (3)$$

Δx , x ve y 'den bağımsız olduğu için onunla ilgili faz terimini integralin dışına alabiliriz

$$S_{mg}(t, g_y) = e^{-jg G_m t \Delta x} \iint M^0(x, y) e^{-jg(g_x t x + G_m t + g_y t y)} dx dy \quad (4)$$

MR görüntüsünü elde etmek için FID sinyaline geri Fourier dönüştürümü uygulanır. Böylece kompresyon uygulanmamış MR görüntüsünü M_g ile temsil edersek

$$M_g(x, y) = IFT(S_g(t, g_y)) \quad (5)$$

kompresyon uygulanmış MR görüntüsü

$$M_{mg} = IFT(S_{mg}(t, g_y)) = e^{-j \cdot g G_m t \Delta x} M_g(x, y) \quad (6)$$

olur. İki görüntünün oranı alındıyında x yönündeki yerdeğiştirmelerle doğru orantılı faz görüntüsü elde edilmiş olur.

$$f = g G_m t \Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{f}{g G_m t} \quad (7)$$

Yerdeğiştirme görüntüsünün elde edilişi bu şekilde açıklandıktan sonra elastisite bağıntısının bulunabilmesi için

görüntü oluşturma tekniği geliştirildi ve bu algoritma benzetim modelleri ile test edildi.

3. ELASTİSİTEDE BENZETİM MODELLERİ

3.1 İleri Problem

Birçok fizik probleminde geri problemin (GP) çözülebilmesi için ileri problemin (İP) tam anlamıyla anlaşılması gerekir. Elastografide İP'yle bilinen bir elastisite bağıntısının sinyali koşulları ve deformasyon karşısındaki yerdeğiştirmeler hesaplanır. Bulunan yerdeğiştirmelerden sekildeğiştirme (strain) ve gerilme (stress) de hesaplanabilir. Bu çalışmada İP sonlu elemanlar yöntemi (SEY) ile çözülmüştür [7].

3 boyutlu deforme olmuş bir hacimde Kartezyen koordinatları $X=(x_1, x_2, x_3)$ diye tanımlanırsa yerdeğiştirme vektörü de $U=(u_1, u_2, u_3)$ olarak tanımlanabilir. Dış kuvvet karşısındaki deformasyonunu açıklamak için, doku isotropik süreden elastik bir ortam olarak modellenenebilir. Böyle bir durum için gerilme/şekildeğiştirme bağıntısı verilmiştir [4,5]

$$\Gamma_{ij} = 2\mu e_{ij} + \lambda d_{ij} e_{nn} \quad (8)$$

burada μ ve λ , E'nin Elastic Modulus, ν 'nin de Poisson oranı olarak tanımlandığı Lamé sabitleridir.

$$m = \frac{E}{2(1+\nu)}, \quad l = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (9)$$

e_{ij} yerdeğiştirmeyi, Γ_{ij} gerilimi ve δ_{ij} ise aşağıdaki gibi tanımlanan Kronecker deltayı ifade etmektedir.

$$d_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{if } i = j \\ 0 & \text{if } i \neq j \end{cases} \quad (10)$$

$$e_{nn} = \text{div}U = e_{11} + e_{22} + e_{33} \quad (11)$$

Statik dengede Newton'un hareketi tanımlayan 2. kanununun en genel formu

$$\sum_{j=1}^3 \frac{\partial \Gamma_{ij}}{\partial x_j} + f_i = 0, \quad i = 1, 2, 3 \quad (12)$$

f_i de, x_i yönünde birim hacime etki eden kütle kuvveti olarak verilmiştir. Şekildeğiştirme tensörüyle yerdeğiştirme tensörü (u_i) arasındaki bağıntı

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (13)$$

olarak verilirse homojen bir ortam için 8. ve 13. denklemleri 12. denkleme koyarak

$$m\nabla^2 u_i + (I + m) \frac{\partial e_m}{\partial x_i} + F_i = 0 \quad (14)$$

denklemini elde ederiz. Daha açık haliyle

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{E}{2(1+n)} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \frac{En}{(1+n)(1-2n)} d_{ij} \frac{\partial u_n}{\partial x_n} \right] + f_i = 0 \quad (15)$$

15. denklem açık haliyle yerdehırtmeler cinsinden mekanik kütlenin denge koğullarını açıklayan üç denklem verir. Bu model yalnızca kompres edilebilen maddeler için geçerlidir. Kompres edilemeyen maddede ($\nu=0.5$), Lamé sabiti, λ , sonsuza yaklaşır ve mekanik kütlenin denge koğullarını açıklayan denklemler daha farklı olur. Yumuşak dokuların Poisson oranı 0.5'e yakındır [5]. Bu çalışmada Poisson oranı 0.492 alınmıştır.

Bu çalışmada yukarıdaki diferansiyel denklemler iki boyutta, yüzey yerdehırtirme durumunda varsayılarak, verilen sınır koğullarıyla nümerik olarak çözülmüştür. Mekanik sınır koğulları:

$$\left(\sum_j \Gamma_{ij} n_j - F_i \right) d(u_i - u_i^0) = 0, \quad i = 1, 2, 3 \quad (16)$$

n_j kütle yüzeyindeki birim normal vektörünün j'ninci komponenti olarak verilmiştir. Denklemden de görülebileceği gibi sınır koğulları kuvvet olarak da, yerdehırtirme olarak da tanımlanabilir.

3.2 Görüntü Oluşturma Algoritması (Geri Problem)

GP'de bilinen sınır koğulları ve yerdehırtirmelerden elastisite dağlımı çözülmüştür.

GP çözümünde ilk koğul olarak, elastik dağlımı E olan homojen bir yapı varsayılır. Bu yapıya kompresyon uygulandığında, yapı $U = (u, v)$ yerdehırtirmesi gösterir. ΔE inhomojenitesine sahip bir yapıya kompresyon uygulandığında ise yerdehırtirme dağlımı $U + \Delta U$ olur. Eğer bu elastik inhomojenite küçük ise, yerdehırtirme dağlımındaki pertürbasyonla elastisitedeki pertürbasyon arasında lineer bir bağlantı olduğunu varsayabiliriz [6].

$$\Delta U = S \Delta E \quad (17)$$

Burada S matrisi duyarlılık (sensitivity) matrisidir. Bu matrisin her kolonu, SEY gridindeki her bir elemanın elastisitesini %1 mertebesinde arttırarak \dot{U} çözümünden elde edilen yerdehırtirmelerin ilk durumdaki yerdehırtirmelerle oranılarak bulunur. Elastisite dağlımını bulmak için

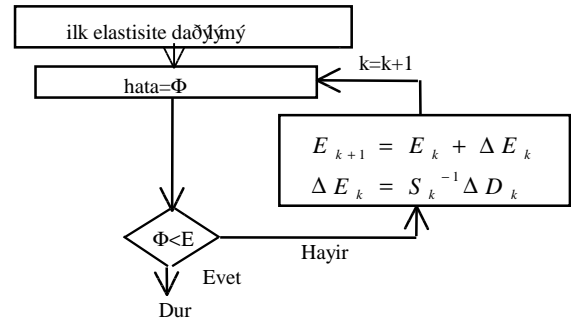
$$\Delta E = S^t \Delta D$$

$$S^t = \text{yapayters}(S) \quad (18)$$

$$E = E_{ilk} + \Delta E$$

formülasyonu kullanılır.

Yık çözümde de yaklaşık elastisite dağlımının çözülebilmesine rağmen her iterasyonda elastisite dağlımını ve duyarlılık matrisini güncelleştirerek iteratif bir yöntem de izlenebilir. Bu yöntemle \dot{U} 'den elde edilen yerdehırtirmelerden elastisite dağlımı tam olarak bulunabilmektedir.



* ekil 2 : İteratif yöntem için akış çizelgesi

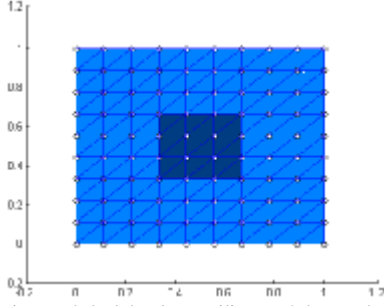
Duyarlılık matrisinin bulunması tekil değer ayrışmasıyla (singular value decomposition) yapılmıştır. Bu ayrışmada S matrisi D, Σ ve V^T matrislerinin çarpımı olarak ifade edilir. D ve V matrisleri kare ve ortogonal matrisler olduğundan tersleri devriğine eğittir. Σ ise diagonal bir matristir ve tersi her bir elemanın tersi alınarak bulunur. Böylece $S^t = V \Sigma^{-1} D^T$ olarak bulunabilir. O zaman $\Delta E = V \Sigma^{-1} D^T \Delta U$ olarak ifade edilebilir. Yani ΔE dağlımı V matrisinin herbir kolonunu $\Sigma^{-1} D^T \Delta U$ çarpımının bir elemanı ile çarpıp üstüste ekleyerek elde edilebilir. V matrisinin ilk kolonlarında görüntünün düşük frekanslı bileşenleri bulunurken, son kolonlarında da yüksek frekanslı bileşenleri bulunmaktadır. Σ matrisinin elemanları bize tekil değerleri verir ve son değerleri problemin yapısına göre oldukça düşük olabilir. $\Sigma^{-1} D^T \Delta U$ çarpımında bu değerlerin tersi alındığından bunlar çok yüksek değerler çıkabilir ve elastisite görüntüsünü oluştururken eklenen son görüntüler gürültü gibi çıkabilir. Böylece her problemin yapısına uygun olarak son görüntülerden birkaçı atılabilir (truncation).

4. BENZETİM SONUÇLARI

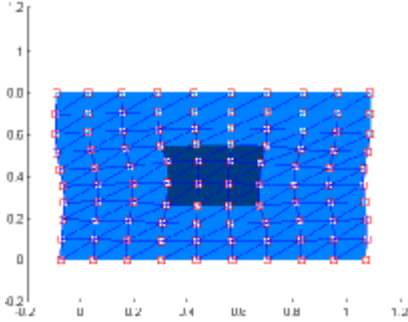
\dot{U} ve GP çözümlerinde ortasında çevresi yumuşak dokuyla çevrili ortasında sert kütle olan fantom tasarımı kullanılmıştır.

4.1 \dot{U} Çözümleri

\dot{U} 'de SEY çözümünde dikkenar üçgenler kullanılmıştır. 162 elemanla 100 noktada çözüm yapılmıştır. Bekil 3'te yerdehırtirme dağlımının ilk hali, Bekil 4'te ise basınç uygulandıktan sonraki hali gösterilmiştir.



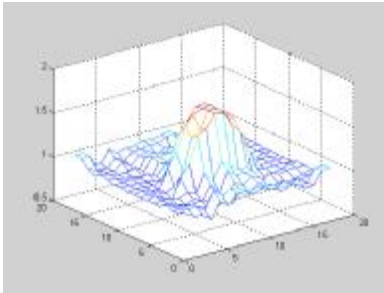
ekil 3: Çevresi yumuşak dokuyla çevrili ortasında sert kütle olan fantom tasarımı.



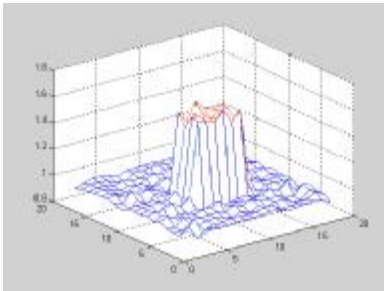
ekil 4: Yukarıdan başınc uygulandıında cismın aldyöyşekil. Şnýř koşulları olarak yukarıdan y yönünde -0.2 kadar yerdeğiptirme uygulanmıştır. Y=0'da da y yönündeki yerdeğiptirmeler 0 alınmıştır.

4.2 GP Çözümleri

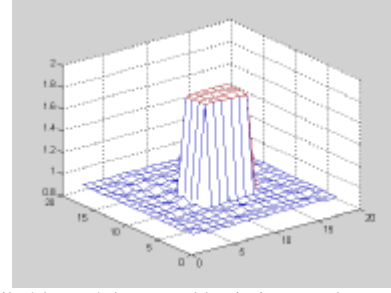
GP çözümlerinde, Ψ çözümünden elde edilen yerdeğiptirmelerden elastisite görüntüsü oluşturulmuştur. Bekil 5 ve 6'da aynı elastisite dağıymı farklı şnýř koşullarıyla çözülmüştür. Bekil 7'de ise iterasyonla görüntünün nasıl iyileştiği gösterilmiştir.



ekil 5: Ψ 'deki elastisite dağıymı ve şnýř koşullarıdan elde edilen yerdeğiptirmeler kullanarak oluşturulmuş elastisite dağıymı Tekil değerlerin maksimumunun % 1.42'sinden küçük olan tekil değerler (son 72 tekil değer) atılmıştır.



ekil 6: Bu oluşturulmuş görüntüde yukarıdaki probleme ilave olarak, yapı yanlarından sabitlenmiştir. Şnýř koşullarına ilave olarak, X=0'daki ve X=1'deki kenarların x yönündeki hareketi 0 alınmıştır. Tekil değerlerin maksimumunun % 0.17'sinden küçük olan tekil değerler (son 6 tekil değer) atılmıştır.



ekil 7: Bekil 6'da tanımlanan problemin iterasyonla çözümü. Bekilde 5. iterasyon sonunda oluşturulan görüntü verilmiştir.

5. TARTIş MA

Bu çalışmada MR görüntülerinden elde edilen yerdeğiptirme dağıymılarından elastisite görüntüsünün oluşturulması anlatılmıştır.

Benzetim sonuçlarından da görülebileceği gibi yeterli şnýř koşuluyla elastisite dağıymı başarılı bir şekilde oluşturulmuştur. Yersasyonlar arttıkça hata da azalmakta, elastisite dağıymıgerçek haliyle bulunabilmektedir. Örneđin, 1. iterasyonda 18x18'lik bir griddede karesi alınmış toplam hata 5.9 iken, 5. iterasyonda hata 1.95'e düşmektedir. Tanımlanan şnýř koşullarıazaldıkça, görüntü de daha gürültülü çıkmakta ve eđer iterasyon metoduyla çözelecekse iterasyonların da sayısýartmaktadır.

Yapılan gürültü analizlerinde yüksek kontrast küçük objede ortalama değeri yerdeğiptirmelerin ortalama değeri kadar gürültü eklendiinde bile görüntü oluşturulabilmiştir. Düşük kontrast büyük objede ise yarışıkadar gürültü eklendiinde görüntü oluşturulabilmiştir.

6. KAYNAKÇA

- [1] R. Muthupillai, R.L. Ehman, 'Magnetic Resonance Elastography', *Nature Medicine*, Vol:2, No:5, 1996, p:601-603
- [2] K.J. Parker, S.R. Huang, R.A. Musulin, R.M. Lerner, 'Tissue Response to Mechanical Vibrations for Sonoelasticity Imaging', *Ultrasound in Med. & Biol.* Vol:16, No:3, p:241-246
- [3] D.B. Plewes, I. Betty, S.N. Urchuk, I. Soutar, 'Visualizing Tissue Compliance with MR Imaging', *JMRI* Vol:5, 1995, p:733-738
- [4] S.Y. Emelianov, A.R. Skovoroda, M.A. Lubinski, M.O'Donnell, 'Reconstructive Elasticity Imaging', *Acoustical Imaging*, Vol:21, ed. J.P. Jones, Plenum Press, New York, 1995, p:241-252
- [5] F. Kallel, M. Bertrand, 'Tissue Elasticity Reconstruction Using Linear Perturbation Method', *IEEE Tran. on Med. Imaging*, Vol:15, No:3, 1996, p:299-313
- [6] F. Kallel, M. Bertrand, J. Ophir, I. Cespedes, 'Determination of Elasticity Distribution in Tissue From Spatio-Temporal Changes in Ultrasound Signals', *Acoustical Imaging*, Vol:21, Plenum Press, New York, 1995, p:433:443
- [7] R.T. Fenner, 'Finite Element Methods for Engineers', The Macmillan Press LTD, 1975.